Umlaufplanung mit dem Kanalmodell

Anke Uffmann

12.1.2010

Die Umlaufplanung ist ein Teilgebiet der Verkehrsplanung, in der es darum geht, zu entscheiden, welche der gegebenen Linienfahrten (fest im Fahrplan vorgegebene Fahrten mit festen Zeiten) von welchen Fahrzeugen bedient werden. Dazu sind sogenannte Überführungen notwendig, bei denen ein Fahrzeug vom Ende einer Linienfahrt zum Beginn der nächsten Linienfahrt fährt und sich für diese bereit macht. Wenn die erste Linienfahrt an einem anderen Bahnhof endet als die zweite Linienfahrt beginnt, entstehen dabei Leerfahrten, die keine Passagiere befördern.

Durch die Zuordnung von Fahrzeugen auf die Linienfahrten entstehen sogenannte Fahrzeugumlaufzyklen, auch vereinfacht Umläufe genannt. Die Gesamtheit dieser Umläufe bezeichnen wir als Umlaufplan. Das Ziel in der Umlaufplanung ist nun, einen möglichst kostengünstigen Umlaufplan zu berechnen, der trotzdem gewisse Voraussetzungen erfüllt. Bei dem Vortrag werden diese hauptsächlich der Bedienung aller Linienfahrten zu den gegebenen Zeiten entsprechen, man kann jedoch z. B. auch noch gewisse Kapazitätsbeschränkungen in den Bahnhöfen, Wartungsbeschränkungen oder Fahrzeugbaureihenbeschränkungen fordern.

In der Literatur gibt es bereits viele Modelle, welche sich mit dem Problem der Umlaufplanung beschäftigen. In meinem Vortrag wird es darum gehen, aus einem dieser Modelle, dem Assignmentmodell, das sogenannte „Kanalmodell“ zu entwickeln. Dabei wird für jeden Bahnhof ein Kanal eingeführt, in den die Züge nach der Beendigung einer Linienfahrt, die in eben diesem Bahnhof endet, hineinfahren und bei Beginn einer Linienfahrt, die in diesem Bahnhof beginnt, hinausfahren. Zwischen diesen Kanälen werden dann Leerfahrtskanten für die Leerfahrtsüberführungen eingefügt. Um Abstellung oder Instandhaltung zu modellieren, kann man außerdem Abstell- und Instandhaltungskanäle und dazugehörige Abstell- bzw. Instandhaltungsfahrten hinzufügen.

Bei der Berechnung des Umlaufplanes mit dem Kanalmodell wird dann zunächst mit Hilfe eines linearen Programmes ein sogenannter „Fahrzeugfluss“ berechnet, der lediglich angibt, welche Überführungen außerhalb der Kanäle stattfinden. Anschließend werden dann die konkreten Zuordnungen in den Bahnhöfen in einem zweiten Schritt festgelegt. Auf diese Weise wird die Anzahl der Kanten des Modells reduziert und es werden viele Lösungen mit demselben Zielfunktionswert gleichzeitig betrachtet, was zur Effizienzsteigerung führen soll.

Ich werde in meinem Vortrag mehrere Ergebnisse zum Kanalmodell vorstellen und dieses auch mit dem Assignment-Modell, aus dem es hervorgegangen ist, vergleichen. Am Ende werde ich dann noch auf die Implementation der Modelle eingehen, die ich im Rahmen der in der Arbeitsgruppe Optimierung entwickelten Programmsammlung LinTim durchführe.

Assignment-Modell:

Kosten der Überführungen:

$$c_{ij} = \begin{cases} c_{i,j} & \text{falls } i \,\alpha\, j \\ c_{i,j} + c_v & \text{sonst, wobei } c_v = \text{Kosten eines Fahrzeugs} \end{cases}$$

Entscheidungsvariablen:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls Linienfahrt } j \text{ direkt nach Linienfahrt } i \text{ bedient} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Lineares Programm:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} && (1) \\ \text{so dass} \quad & \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \text{für alle } i \in V_{\text{an}} && (2) \\ & \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \text{für alle } j \in V_{\text{ab}} && (3) \\ & x_{ij} \in \{0, 1\} && (4) \end{aligned}$$

Kanalmodell (Lineares Programm für einen Fahrzeugflusses):

Für jede Überführung u sei

$$X_u = \begin{cases} 1 & u \text{ ist im Fahrzeugfluss enthalten} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Außerdem definieren wir

$$\begin{aligned} \text{prev}_{e,k} &:= \text{Ereignis, welches im Kanal } k \text{ direkt vor dem Ereignis } e \text{ stattfindet} \\ N_{e,k} &:= \text{Fahrzeuganzahl zum Zeitpunkt von Ereignis } e \text{ in Kanal } k \\ \text{sprung}(k) &:= \text{letztes Ereignis vor dem Zeitzyklus-Sprung im Kanal } k \\ c_v &:= \text{Kosten eines Fahrzeuges} \\ c_u &:= \text{Kosten der Überführung } u \in \mathcal{U} \end{aligned}$$

Dann ergibt sich das folgende Programm:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{u \in \mathcal{U}} c_u \cdot X_u + \sum_{k \in \mathcal{K}} c_v \cdot N_{\text{sprung}(k),k} && && (5) \\ \text{so dass} \quad & \sum_{u \in \mathcal{U},\, e_u^{\text{nach}} \in V_{\text{ab}}(l)} X_u = 1 && \text{für alle } l \in \mathcal{L} && (6) \\ & \sum_{u \in \mathcal{U},\, e_u^{\text{vor}} \in V_{\text{an}}(l)} X_u = 1 && \text{für alle } l \in \mathcal{L} && (7) \\ & N_{e,k} = N_{\text{prev}_{e,k},k} + X_{u(e)} && \text{für alle } k \in \mathcal{K}, e \in \text{Enter}_k && (8) \\ & N_{e,k} = N_{\text{prev}_{e,k},k} - X_{u(e)} && \text{für alle } k \in \mathcal{K}, e \in \text{Leave}_k && (9) \\ & N_{e,k} \in \mathbb{N}_0 && \text{für alle } k \in \mathcal{K}, e \in \text{Leave}_k \cup \text{Enter}_k && (10) \\ & X_u \in \{0, 1\} && \text{für alle } u \in \mathcal{U} && (11) \end{aligned}$$