

# Robuste Optimierung

## am Beispiel der Platzierung von Sensoren in Wassersystemen

Dinah Elena Majewski

Um möglichst effizient Wassersysteme vor Verunreinigungen zu schützen, ist eine optimale Verteilung von Sensoren in den Wasserrohren notwendig. Dazu wird dieses als kreisfreier gerichteter Graph dargestellt und zwei Probleme betrachtet: Bei dem Problem (P1) ist die maximale Anzahl der Sensoren fest vorgegeben und es wird durch eine optimale Anordnung dieser Sensoren versucht, möglichst viele Menschen unter Berücksichtigung der Angriffswahrscheinlichkeiten der Abzweigungen zu schützen. Das Problem (P2) minimiert die Kosten für Sensoren, die es bedarf, um zu verhindern, dass mehr als ein bestimmter Anteil der Bewohnern vergiftet wird und liefert somit ebenfalls eine optimale Platzierung der Sensoren. Dabei gehen die Angriffswahrscheinlichkeiten der Knoten als Gewichtung ein.

Sowohl die Bevölkerungsanzahl als auch die Angriffswahrscheinlichkeiten der einzelnen Abzweigungen unterliegen Schwankungen, die dem Tagesrhythmus der Bevölkerung folgen. Um diese einzubeziehen werden Unsicherheitsmengen aufgestellt und die Robustheitskonzepte *strenge Robustheit*, *Verlässlichkeit* und *light robustness* auf die Probleme (P1) und (P2) angewendet. Für die meisten Unsicherheitsmengen ist es möglich die unterschiedlichen robusten Programme in eine lineare Form zu überführen und so den Aufwand der Programme stark zu reduzieren. Dazu wird das *worst-case Szenario* betrachtet und das dadurch entstehende innere Maximierungsproblem durch dessen duales ersetzt.

Für den Spezialfall eines linearen ungerichteten Graphen kann eine genauere Aussage für das Problem (P1) gemacht werden, wenn dieses entweder nur von der Bevölkerungsanzahl oder nur von den Angriffswahrscheinlichkeiten abhängt. Sind die Bevölkerungsanzahl bzw. die Angriffswahrscheinlichkeiten für alle Abzweigungen gleich, so ist eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Sensoren optimal; das heißt, die Anzahl der Abzweigungen zwischen den Knoten darf sich paarweise höchstens um eins unterscheiden. Diese Aussage wird auch für die strenge Robustheit für einige Unsicherheitsmengen gezeigt. Ein Beispiel legt die Vermutung nahe, dass eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Sensoren auch für die übrigen Unsicherheitsmengen und Robustheitskonzepte optimal ist.