Das verallgemeinerte Weber-Problem unter der Manhattan-Norm

Brita Rohrbeck

2. November 2010

Das Weber-Problem, u. A. auch bekannt unter der Bezeichnung des Fermat-Weber-Problems, beschreibt ein Optimierungsproblem, bei dem ein neuer Standort x so platziert werden soll, dass die Summe der gewichteten Abstände zu den bereits bestehenden Einrichtungen S_i minimiert werden soll:

$$(P) \min \sum_{i=1}^{m} \lambda_i d(x, S_i), S_i \in \mathbb{R}^2$$

Das verallgemeinerte Weber-Problem geht nun davon aus, das die bestehenden Einrichtungen nicht notwendigerweise Punkte sind, sondern Mengen M_i mit einer gewissen Fläche darstellen.

$$(P) \min \sum_{i=1}^{m} \lambda_i d(x, M_i), M_i \subset \mathbb{R}^n$$

Diese Betrachtung kann z.B. dadurch motiviert sein, dass die Form der bestehenden Standorte von Relevanz oder die reale Größe der Einrichtungen relativ hoch zur betrachteten Fläche ist.

Es ergibt sich die Fragestellung der Definition von Distanz eines Punktes zu einer Menge. $\mathrm{d}(x, M)$ kann unterschiedlich verstanden werden, in der Regel als $\inf_{y \in M} \mathrm{d}(x, y)$. Verschiedene Anwendungsbereiche rechtfertigen jedoch auch andere Definitionen wie beispielsweise $\mathrm{d}(x, M) = \sup_{y \in M} \mathrm{d}(x, y)$.

Es werden verschiedene Formen für die A_i und unterschiedliche Distanzdefinitionen betrachtet und entsprechend Lösungen bzw. Algorithmen zum Lösen des Problems unter Berücksichtigung der Manhattan-Norm gegeben.