Robuste Standortplanung mit unsicheren Restriktionen

Helena Binkhoff

7. Dezember 2010

In der Optimierung bestimmt man meist optimale Lösungen von Optimierungsmodellen unter der Annahme, dass die Daten exakt bekannt sind. In der Realität ist dies jedoch nicht immer der Fall, oft sind Messfehler, Rundungsfehler oder andere Unsicherheiten gegeben. In vielen Optimierungsmodellen wird die Unischerheit ignoriert und representative Werte für die Daten verwendet (z.B. erwartete Werte), wodurch es passieren kann, dass eine Lösung unzulässig wird.

Das Ziel der Robusten Optimierung ist es, solche Unsicherheiten in der Problemstellung zu berücksichtigen. Hierbei werden Unsicherheiten in der Modellierung des Problems mit aufgenommen, um Lösungen zu finden, die "robust" gegenüber Schwankungen der nominalen Lösung sind.

In diesem Vortrag werden wir Standortplanung und Robuste Optimierung miteinander in Verbindung setzten und einzelne Konzepte der Robusten Optimierung untersuchen.

1 Restriktive Standortprobleme

Sei $z : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ die zu minimierende Zielfunktion und $R \subset \mathbb{R}^2$ ein Gebiet, das für die Platzierung des neuen Standortes verboten ist.

Dann hat das restriktive Standortproblem die Form

$$\begin{aligned} &\min\ z(x) \\ &\text{s.d. } x \notin \operatorname{int}(R) \end{aligned}$$

2 Klassifizierung von Standortproblemen

Jedes Standortproblem lässt sich durch ein Klassifikationsschema der folgenden Form beschreiben

$$\text{Pos1/Pos2/Pos3/Pos4/Pos5}$$

Pos1: Anzahl und Art der neuen Standorte

Pos2: Betrachteter Raum des Standortproblems

Pos3: Besonderheiten des Problems

Pos4: Abstandsfunktion

Pos5: Zielfunktion

3 Konzepte der Robusten Optimierung

Wir geben zunächst die Definitionen der Konzepte mit $\xi \in \mathcal{U}$, $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $F_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $i = 1, \ldots, m$ für das Optimierungsproblem

$$(Q(\xi)) \qquad \begin{array}{l} \min\ f(x,\xi) \\ \text{s.d. } F_i(x,\xi) \leq 0 \\ x \in \mathbb{R}^n. \end{array}$$

Anschließend werden wir das folgende unsichere Standortproblem für eine beliebige Zielfunktion $z : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, die nicht von $\xi \in \mathcal{U}$ abhängt, auf diese Konzepte übertragen:

$$(P(\xi)) \qquad \begin{array}{l} \min\limits_{x \in \mathbb{R}^2}\ z(x) \\ \text{s.d. } x \notin \operatorname{int}(R(\xi)),\ \xi \in \mathcal{U} \end{array}$$

mit der Unsicherheitsmenge $\mathcal{U}$ und dem verbotenen Gebiet $R(\xi) \subset \mathbb{R}^2$ für $\xi \in \mathcal{U}$.

Das **nominale Gebiet** bzw. **nominale Szenario** definieren wir als

$$\hat{R} := R(\hat{\xi}) \qquad \text{mit} \qquad \hat{\xi} \in \mathcal{U}.$$