Das verallgemeinerte Weber-Problem unter der Manhattan-Norm

Brita Rohrbeck

12. April 2011

Das Weber-Problem, u. A. auch bekannt unter der Bezeichnung des Fermat-Weber-Problems, beschreibt ein Optimierungsproblem, bei dem ein neuer Standort x so platziert werden soll, dass die Summe der gewichteten Abstände zu den bereits bestehenden Einrichtungen S_i minimiert werden soll:

$$(P) \min \sum_{i=1}^{m} \lambda_i d(x, S_i), S_i \in \mathbb{R}^2$$

Das verallgemeinerte Weber-Problem geht nun davon aus, dass die bestehenden Einrichtungen nicht notwendigerweise Punkte sondern Mengen M_i mit einer gewissen Fläche sind.

$$(P) \min \sum_{i=1}^{m} \lambda_i d(x, M_i), M_i \subset \mathbb{R}^n$$

Diese Betrachtung kann z.B. dadurch motiviert sein, dass die Form der bestehenden Standorte von Relevanz oder die reale Größe der Einrichtungen relativ hoch zur betrachteten Fläche und daher nicht zu vernachlässigen ist.

Es ergibt sich die Fragestellung der Definition von Distanz eines Punktes zu einer Menge. $\mathrm{d}(x, M)$ kann unterschiedlich verstanden werden, in der Regel als $\inf_{y \in M} \mathrm{d}(x, y)$. Verschiedene Anwendungsbereiche rechtfertigen jedoch auch andere Definitionen wie beispielsweise $\mathrm{d}(x, M) = \sup_{y \in M} \mathrm{d}(x, y)$.

Es werden verschiedene Formen für die M_i und unterschiedliche Distanzdefinitionen angenommen und entsprechend Lösungen und Algorithmen zum Lösen des Problems unter Berücksichtigung der Manhattan-Norm gegeben.

Abschließend wird in kurzer Form eine Verallgemeinerung auf polyedrische Normen betrachtet.