Fahrplangestaltung mittels Matching-Verfahren

Michael Hess

24.04.2012

Definition 1.
Für einen Graphen $G = (V, E)$ mit m Knoten und n Kanten, bezeichnet ein Matching *eine Teilmenge $X \subseteq E$ von Kanten, so dass je zwei Kanten in X keinen Endknoten gemeinsam haben. Ein* maximales Matching *ist ein Matching mit maximaler Kardinalität $|X|$.*

Für einen Graphen $G = (V, E)$ seien $c_e, e \in E$, die Kosten der Kante $e \in E$, dann beschreibt

$$c(X) \colon = \sum_{e \in X} c_e$$

die Kosten des Matchings X. *Die Lösung eines* Maximale Kosten Matching Problems (MKMP) *zu bestimmen ist äquivalent zur Lösung eines binären ganzzahligen linearen Programms*

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{(i,j) \in E} -c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.d.} \quad & \sum_{(i,j) \in E} x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in V \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in E \end{aligned}$$

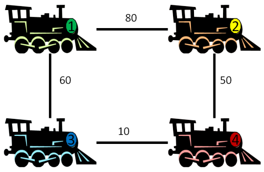
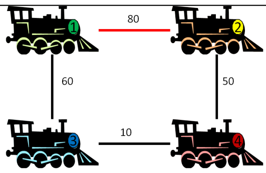
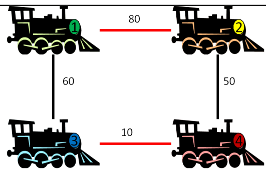
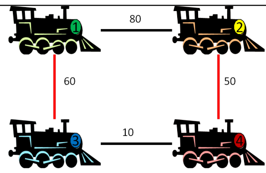
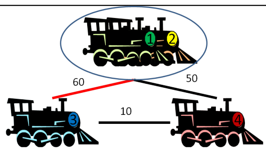
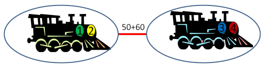
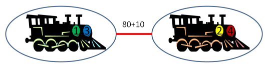
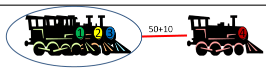
Für ein untersuchtes EAN mit n Change-Aktivitäten mit m involvierten Linien $\{1, \ldots, m\}$ lässt sich die Wartezeit der Fahrgäste angeben durch

$$\begin{aligned} W(x_1, \ldots, x_m) = & \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (x_{p_i} - x_{q_i} + C_i) \mod P \\ \text{mit} \quad & p_i, q_i \in \{1, \ldots, m\}, \\ & p_i \neq q_i, \\ & x_1 = 0 \\ & x_i \in \{1, \ldots, P\} \, \forall i \in \{2, \ldots, m\} \end{aligned}$$

mit

$$C_i := Abfahrt_{p_i} - (Ankunft_{q_i} + Umstiegszeit_{p_i, q_i})$$

Es werden drei verschiedene Algorithmen zur periodischen Fahrplangestaltung betrachtet. Diese sind im Folgenden schematisch dargestellt:

Ausgangssituation			
Verfahrensart	Greedy	Greedy Matching	Maximales Matching
Schritt I			
Schritt II			
Schritt III			
Endsituation