

Quadratische ganzzahlige Optimierung mithilfe achsenparalleler Ellipsoide

Prof. Dr. Christoph Buchheim

7.2.12

Die Minimierung einer quadratischen Funktion über ganzzahligen Variablen ist im Allgemeinen NP-schwer. Das gilt sogar dann, wenn die Zielfunktion konvex ist und die Variablen unbeschränkt oder binär sind. Im ersten Fall ist das Problem äquivalent zum Closest Vector Problem, im zweiten Fall zu MaxCut.

Im Vortrag wird ein Branch-and-Bound-Ansatz vorgestellt, der sich besonders für Probleme mit kleinen Definitionsbereichen als sehr effektiv herausstellt. Dabei werden konvexe und nicht-konvexe Funktionen mit unterschiedlichen, aber verwandten Methoden behandelt. In beiden Fällen werden untere Schranken berechnet, indem die Zielfunktion auf dem Rand geeigneter achsenparalleler Ellipsoide minimiert wird: im konvexen Fall wird ein Ellipsoid benötigt, dessen Zentrum der stetige Minimierer ist und das keine ganzzahligen Vektoren im Inneren enthält; im nicht-konvexen Fall muss das Ellipsoid den gesamten Zulässigkeitsbereich enthalten. Auf diese Weise können sehr effizient untere Schranken bestimmt werden, die eine schnelle Berechnung optimaler Lösungen für ternäre Instanzen ermöglichen.