

Schnelles Unterschätzen von Polynomen in der ganzzahligen Minimierung

Sönke Behrends

15.5.12

Nichtlineare, ganzzahlige Programmierung ist meistens NP-schwer und teilweise algorithmisch unlösbar. Manche dieser Programme können aber mit Methoden wie Branch and Bound gelöst werden. Zum schnellen Abschneiden von Branches gibt es die Möglichkeit, Unterschätzer zu finden, deren ganzzahliges Minimum sich außerdem leicht bestimmen lässt. In diesem Vortrag wollen wir ein gegebenes Polynom f in mehreren Unbekannten unterschätzen. Dazu bestimmen wir eine Klasse von Polynomen, deren ganzzahliges Minimum offensichtlich ist. Nun müssen wir in dieser Klasse den besten Unterschätzer für das Polynom f finden, was auf die Frage hinausläuft, ob die Differenz von f und dem Unterschätzer nichtnegativ ist.

Da die Frage nach der Nichtnegativität von Polynomen im Allgemeinen NP-schwer ist, verwenden wir eine Relaxation, die als SOS-Programmierung bekannt ist. SOS bedeutet "sums of squares". Ist ein Polynom eine Summe von Quadraten (hier: quadrierten Polynomen), haben wir einen "Beweis" (Zertifikat), dass das Polynom keine negativen Werte annehmen kann. Der Nachteil: Nicht jedes nichtnegative Polynom ist eine Summe von Quadraten. Der Vorteil: SOS-Programme haben polynomielle Laufzeit. Abschließend werfen wir einen Blick auf ein paar erste numerische Ergebnisse.