Mathematische Formulierungen für Knotenfärbungen mit Defekt

Oberseminar Optimierung WiSe 2017/18
Charlotte Ackva

6.11.2017

Im klassischen (Knoten-)Färbungsproblem geht es darum, für einen Graphen $G = (V, E)$ eine Färbung, das heißt eine Abbildung $c : V \to C \subseteq \mathbb{N}$ mit $c(v) \neq c(w)$ für je zwei benachbarte Ecken v, w, zu finden und dabei die Anzahl der verwendeten Farben zu minimieren. Keine zwei benachbarten Knoten dürfen also dieselbe Farbe tragen. Auch beim sogenannten *Färben mit Defekt* oder *fehlerhaften Färben* geht es darum, die Anzahl der verwendeten Farben zu minimieren. Doch dabei werden nicht mehr alle Nachbarschaften auf unterschiedliche Farben überprüft. Stattdessen müssen nun die zusammenhängenden Komponenten des von einer Farbklasse induzierten Untergraphen von G andere gewisse Eigenschaften erfüllen. Dies kann zum Beispiel eine maximale Größe (d.h. maximale Anzahl an Knoten), ein maximaler Grad der Knoten oder eine maximale Clique-Zahl sein. In meiner Bachelorarbeit beschränke ich mich auf das Färben mit Defekt, bei dem jeder Knoten eine maximale Anzahl an Nachbarn der gleichen Farbe hat.

In dem Vortrag sollen verschiedene Modell vorgestellt werden, welche bereits für das klassiche Färbungsproblem entwickelt wurden, u.a. das Standard-IP Modell oder das Orientierungsmodell. Diese werden dann genauer untersucht und derart angepasst, dass sie sich für ein Färben mit Defekt nutzen lassen.

Anschließend soll noch kurz der Aspekt der Symmetriebrechung beleuchtet werden. Durch Farbpermutationen ergibt sich eine exponentielle Anzahl äquivalenter Färbungen (vgl. [MDZ01]). Da es aber meist ausreicht, eine gültige Lösung zu finden, lassen sich Methoden implementieren, die gewisse Symmetrien aufbrechen. Auch hiervon sollen zwei Ansätze vorgestellt werden.

Literatur

[MDZ01] Méndez-Díaz, Isabel ; Zabala, Paula: A Polyhedral Approach for Graph Coloring. In: *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 7 (2001), Nr. 0, S. 178–181